

4. Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 10 und bis 20

Intermodaler Transfer

David's Verständnis der mathematischen Operationen als quantitative Veränderungen von Anzahlen ist ebenfalls erst im Ansatz ausgebildet. Materialhandlungen und abstrakte Notation stehen für David nicht immer in einem eindeutigen Zusammenhang. Es ergibt sich ein heterogenes Bild.

David hat kein Problem damit, eine Materialhandlung mit seinen Worten wiederzugeben, dass erfassen als Rechengleichung gelingt ihm jedoch noch nicht fundiert genug. Werden zu drei auf dem Tisch liegenden Steckwürfeln drei weitere hinzugefügt, kommentiert David die Materialhandlung korrekt und verschriftet dies sachgerecht als „ $3+3=6$ “. Werden anschließend zu drei Steckwürfel vier hinzugefügt, vermag er dies fehlerfrei in die Rechnung „ $3+4=7$ “ zu übertragen. Entfernt man nachfolgend vier von den sieben Würfeln, gelingt David der Transfer der subtraktiven Materialhandlung in die symbolische Notation nicht. Er ist überfordert und dennoch bemüht um eine Notation. David entscheidet sich für eine Multiplikation: „ $1 \cdot 3=3$ “.⁶ Neben der fehlerhaften Verschriftung ist festzuhalten, dass David der Zusammenhang zwischen Addition und Subtraktion bisher nicht hinreichend genug verständlich geworden ist (Umkehroperationen).

Die Rechengeschichte (Klaus hat 9 Luftballons, 3 davon zerplatzen), vermag David in eine Minusaufgabe zu übertragen, allerdings wiederum mit einem Verzahlfehler um eins ($9-3=7$). Weiter ist es ihm möglich, den Sachverhalt in einer Materialhandlung darzustellen. David legt neun Würfel von denen er drei Würfel wieder entfernt (sechs Würfel bleiben übrig). David bemerkt den Widerspruch beim Differenzwert zwischen Materialhandlung und Notation nicht. Weiter ist er in der Lage, bei der Bildfolge eines Käfigs mit Mäusen (drei weiße und zwei schwarze Mäuse in einem Käfig, davon entweichen 2 Mäuse) die dargestellte Verminderung mathematisch als „ $5-2=3$ “ zu fassen.

Rechnen

Beim Kopfrechnen beherrscht David Aufgaben wie $4+4$, $5+4$, $15+4$ und $9-4$, $9-5$ und $19-5$ auswendig. Die Addition $4+5$ wird hingegen fehlerhaft als „10“ gelöst. Bei weiteren Kopfrechenaufgaben wird offensichtlich, dass David erst in einem geringen Maße Schlussfolgerungen aus dem kardinalen Zahlverständnis ziehen kann und keine verlässlichen Kenntnisse vom mathematischen Gehalt der Basisoperationen ausgebildet hat. Einfache Transferleistungen um $\pm 1/\pm 2$ im operationalen Kontext vermag er nicht sicher genug vollziehen. Bei Kopfrechenaufgaben wie $7+8/7+9$ erkennt David nicht die kardinale Nähe der beiden Additionen ($7+9=7+8+1$). Während $7+8$ über die Rechenstrategie „Kraft der Fünf“ ermittelt wird, wird nachfolgend $7+9$ über das klassische zehnerüberschreitende Teilschrittverfahren neu berechnet. Beide Additionen erhalten einen falschen Summenwert, da David die Rechenstrategien nur schematisch erfasst hat, wobei die Technik das Verständnis ersetzt. „ $7+8=24$ “ wird gerechnet: „ $5+5=10$, dann noch 3, 7 und 4 sind 24.“ Für „ $7+9=17$ “ assoziiert David die Zahlen 3, 4, und 10. Die Subtraktion $10-9$ löst David spontan richtig: „ $10-9=1$ “, nachfolgend $11-9$ erhält den Differenzwert „3“. Vermutlich wurde gezählt (11, 10, 9). Sollen zwei zweistellige Zahlen subtrahiert werden wie bei $13-12$, bewertet David die Anforderung als zu schwer, selbst dann, wenn ihm die Aufgabe schriftlich vorliegt. David's erst gering ausgebildetes Operationsverständnis zeigt sich auch bei Anforderungen wie Platzhalteraufgaben. Sogenannte Lückenaufgaben wie $10- \underline{\quad} =4$, $14+ \underline{\quad} =20$, $20- \underline{\quad} =14$ werden

⁶ Es ist zu vermuten, dass David sich angesichts der Ratlosigkeit bezüglich der Subtraktion in seinen Überlegungen an der verbliebenen Teilmenge orientiert und auf eine Aufgabe mit multiplikativem Charakter zurückgreift, da die Multiplikation in letzter Zeit im Schulstoff scheinbar viel Präsenz hatte und geübt wurde - dies entnehmen wir den uns freundlicherweise zur Verfügung gestellten Unterlagen.