

Zu den Ergebnissen im Einzelnen

1. Mengenvergleiche

In den Tests zur Invarianz der Anzahl (nach Piaget, Kutzer) zeigt David keine Unsicherheiten in der Beurteilung der Konstanz von Mengen. David weiß, dass sich Aussagen wie „gleich viele“, „mehr“ und „weniger“ in diesem Zusammenhang auf die Anzahl der Elemente und nicht auf die Präsentation der Elemente beziehen. Ist die Gleichmächtigkeit festgestellt, erkennt David die gleichbleibende Mächtigkeit von zwei Reihen mit Plättchen obwohl die Raumlage der Plättchen (vor seinen Augen) verändert wurde und kommentiert dies angemessen mit: „Es sind immer noch gleich viele, du hast sie nur verschoben“.⁴

Auf dieses Verständnis kann David bei relativen Anzahlvergleichen aufbauen. Nachdem die Eins-zu-Eins-Zuordnung von Plättchen aus zwei sich gegenüberliegenden Reihen (jeweils acht Plättchen) durch das Wegnehmen eines Plättchens auf einer Seite der Versuchsanordnung aufgelöst wurde, beantwortet er die Fragen der Diagnostikerin: „Wie viele habe ich weniger? Wie viele hast du mehr?“ richtig mit: „Du hast 1 weniger und ich habe 1 mehr.“

Sind im Zusammenhang mit einer Sachaufgabe Mengen miteinander zu vergleichen und Relationen zu bilden, gelingt ihm die Analyse der Mächtigkeiten ebenfalls. Bei „Tim hat 5 Murmeln. Lisa hat 3 Murmeln mehr als Tim.“ addiert David „ $5+8=13$ “ und schlussfolgert sachlogisch, dass Tim und Lisa 13 Murmeln haben. Der Wert der Summe wird im Kopf „er“-zählt (9, 10, ..., 13).

2. Zahlbegriff

Bei der Überprüfung des Zahlbegriffsverständnisses hinsichtlich der Unterscheidung zwischen dem ordinalen und kardinalen Aspekt einer Zahl zeigen sich keine Verständnisschwierigkeiten. David weiß, dass beim Auszählen von Mengen die zuletzt genannte Zahl die Größe der Gesamtmenge angibt. Werden sechs Luftballons mit Fingern oder Steckwürfeln dargestellt, erklärt David: „Alle zusammen sind die sechs Luftballons.“

Weiter ist David in der Lage, den ordinalen und den kardinalen Zahlaspekt voneinander zu unterscheiden. Die Aufgabe „In einer Straße stehen 10 Häuser. Das 3. und das 7. Haus gehören Herrn Reich. Wie viele Häuser gehören ihm?“ wird von David korrekt gelöst als: „2 Häuser.“

Auch für die Rechengeschichte „In einer Straße stehen 8 Bäume. Der dritte und der fünfte Baum werden abgesägt. Wie viele Bäume bleiben übrig?“ findet er die richtige Lösung (6 Bäume).

3. Zahlzerlegungen⁵

Bei Übungen zum verdeckten Operieren mit Steckwürfeln im Zahlbereich bis 10 wird deutlich, dass David erst auf wenige Zahlzerlegungen einen automatisierten und verlässlichen Zugriff hat. David sind bspw. die in einem spielerischen Rahmen geforderten Zerlegungen von 7 in $2/5$ und $3/4$ bekannt. Werden von der Gesamtmenge 9 dann 2 Würfel gezeigt, zählt David im Kopf von 9 aus zwei Zahlworte zurück, wobei er den Zähl Ausgangspunkt falsch bestimmt (9, 8). Auf dieser schematischen Grundlage wird 9 in $2/8$ zerlegt. Auch die Zerlegung von 9 in $3/6$ wird auf Grund eines falschen Zähl Ausgangspunktes falsch mit $3/7$ bestimmt. David akzeptiert die fehlerhaften Zerlegungen. Die geforderten Zerlegungen von 10 können nachfolgend richtig angegeben werden, allerdings müssen sie ebenfalls zählend ermittelt werden ($3/7$ und $4/6$). In diesem Diagnostiksegment wird deutlich, dass David noch nicht verlässlich genug auf sein rudimentäres Verständnis von Zahlen als kardinale Zahlen (Teile-/Ganzes von Anzahlen) aufbauen kann.

⁴ Im Umgang mit kontinuierlichen Mengen erweist sich David ebenfalls als mengenkonstant. Werden vor Davids Augen zwei zuvor als gleichgroß beurteilte Mengen Reis in unterschiedlich hohe Gläser gefüllt, lässt er sich beim Mengenvergleich nicht vom höheren Pegelstand beeindrucken: „In beiden Gläsern ist gleichviel Reis, weil es vorher gleichviel war.“

⁵ Von einer bekannten Gesamtmenge an Steckwürfeln wird ein Teil verdeckt, der andere bleibt offen liegen.